

LINEÁRNÍ ALGEBRA A GEOMETRIE I

Sylaby přednášky z předmětů M003 a M503
na FI MU v Brně

MARTIN ČADEK A MILAN SEKANINA

Zimní semestr 2000

1. Pole a vektorové prostory. Motivace pro lineární algebru. Základní číselné obory \mathbb{Q} , \mathbb{R} a \mathbb{C} ; pojem pole. Pole \mathbb{Z}_p . Geometrická interpretace vektorů v \mathbb{R}^2 a \mathbb{R}^3 , rovnoběžníkové pravidlo. Vektorový prostor nad daným polem skalárů. Příklady vektorových prostorů (řádkově a sloupcově uspořádané n -tice skalárů, polynomy, rozšíření polí, funkce z množiny do pole a vektorového prostoru).

2. Operace s maticemi. Zápis soustav lineárních rovnic pomocí matic. Matice typu $m \times n$. Vektorový prostor matic typu $m \times n$ nad daným polem. Řádky a sloupce matice. Součin matic a jeho základní vlastnosti. Inverzní matice.

3. Soustavy lineárních rovnic I. Homogenní a nehomogenní soustavy lineárních rovnic. Matice a rozšířená matice soustavy. Gaussova eliminace, řádkově schodovitý tvar matice. Elementární řádkové a sloupcové operace a jejich realizace pomocí násobení matic. Řešení soustav rovnic pomocí Gaussovy eliminace. Výpočet inverzní matice.

4. Podprostory a lineární nezávislost. Lineární podprostor vektorového prostoru. Průnik systému podprostorů. Lineární kombinace, lineární obal množiny vektorů. Pojem konečně rozměrného vektorového prostoru. Součet lineárních podprostorů. Lineárně závislé a nezávislé n -tice vektorů. Pojem báze. Jednoznačnost vyjádření vektoru v bázi.

5. Báze a dimenze. Souřadnice vektoru v dané bázi, vlastnosti souřadnicového zobrazení. Steinitzova věta o výměně. Dimenze vektorového prostoru. Dimenze součtu podprostorů. Direktní součet podprostorů. Konečně a nekonečně rozměrné vektorové prostory. Příklady nekonečně rozměrných prostorů.

6. Lineární zobrazení. Lineární zobrazení. Vzor a obraz podprostoru v lineárním zobrazení. Jádro a obraz lineárního zobrazení; vztah jejich dimenzí. Lineární izomorfizmy a inverzní lineární zobrazení. Příklady lineárních zobrazení. Prostor lineárních zobrazení.

7. Písemný test ke zkoušce. Uskuteční se pravděpodobně v týdnu od 6. do 10. listopadu. Jeho výsledek bude započítán s vahou 0,25 do celkového výsledku zkoušky z předmětů M003 a M503.

8. Matice lineárního zobrazení. Matice lineárního zobrazení vzhledem k daným bázím. Kompozice lineárních zobrazení a násobení matic. Matice inverzního zobrazení. Matice přechodu jako matice identického zobrazení. Změna matice zobrazení při změně bází.

9. Soustavy lineárních rovnic II. Podprostor řešení homogenní soustavy a jeho báze. Vlastnosti množiny řešení nehomogenní soustavy. Hodnost matice. Frobeniova věta a řešení nehomogenní soustavy.

10. Afinity podprostory. Body a vektory. Afinity podprostory vektorových prostorů. Zaměření afinity podprostoru. Parametrické vyjádření afinity podprostoru. Souvislost s množinami řešení homogenní a nehomogenní soustavy lineární Rovnice afinity podprostoru. Vzájemná poloha afinity podprostorů.

11. Determinanty – definice a základní vlastnosti. Determinant jako orientovaný objem. Permutace konečné množiny; sudé a liché permutace. Znaménko permutace. Definiční rovnost pro determinant. Jednoznačnost determinantu jako alternující multilineární funkce. Determinant součinu matic.

12. Determinanty – výpočet, vlastnosti a využití. Vliv elementárních řádkových a sloupcových úprav na determinant, výpočet determinantu. Determinanty regulárních a singulárních matic. Laplaceův rozvoj determinantu. Vyjádření inverzní matice pomocí algebraických doplňků. Cramerovo pravidlo.

LITERATURA

- [1] G. Birkhoff, S. Mac Lane, *Prehľad modernej algebry*, Alfa, Bratislava, 1979.
- [2] M. Čadek, *Cvičení k přednáškám z lineární algebry I*, <http://www.math.muni.cz/~cadek>, Brno, 1999.
- [3] P. Horák, *Lineární algebra*, skripta PřF UJEP, Brno, 1975.
- [4] P. Kaprálik, J. Tvarožek, *Zbierka riešených príkladov z lineárnej algebry a analytickej geometrie*, Alfa, Bratislav, 1987.
- [5] L. Motl, M. Zahradník, *Pěstujeme lineární algebru*, Univerzita Karlova, vydavatelství Karolinum, Praha, 1995.
- [6] J. Slovák, *Lineární algebra*, elektronický učební text, <http://www.math.muni.cz/~slovak>, Brno, 1995.
- [7] B. Šmarda, *Lineární algebra*, skripta PřF UJEP, Brno, 1982.
- [8] P. Zlatoš, *Lineárna algebra a geometria*, skripta MFF UK v Bratislavě, Předběžná verze v Marečkově knihkupectví, 1999.